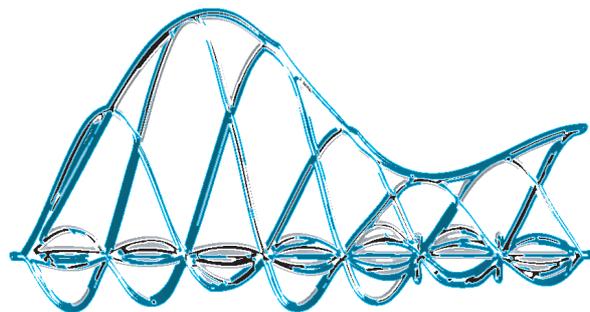


# Fachpraktikum Signalabtastung

Versuch KT 38

Stand: 31. August 2016



*Die theoretischen Fragen im Kapitel 4.1 müssen vor dem Praktikum gelöst werden.  
Die praktischen Aufgaben vom Kapitel 4.2 werden während des Praktikums gelöst.*

---

Ausgabe: Herbst 2015

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theorie der Signalabtastung</b>	<b>2</b>
2.1	Ideale Abtastung . . . . .	2
2.1.1	Spektrale Eigenschaften bei periodischer idealer Abtastung . . . . .	2
2.1.2	Praktische Rekonstruktion . . . . .	5
2.2	Der Abtastvorgang in einem realen System . . . . .	7
2.2.1	Das “uniform sampling” . . . . .	8
2.2.2	Ausgangssignale der Abtastschaltung im Versuchsaufbau . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Versuchsaufbau</b>	<b>11</b>
3.1	Erzeugung der Abtastimpulse . . . . .	11
3.2	Die Abtastschaltung im Versuchsaufbau . . . . .	11
3.3	Filter im Versuchsaufbau . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Aufgaben</b>	<b>13</b>
4.1	Theoretische Aufgaben . . . . .	13
4.2	Praktische Aufgaben . . . . .	13
	<b>Bibliografie</b>	<b>14</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Die moderne digitale Signalübertragung und -verarbeitung setzt voraus, dass die ursprünglich analogen, d.h. zeit- und amplitudenkontinuierlichen Signale wie z.B. Sprach-, Musik-, Bild- oder Sensorsignale, in Form einer zeitlichen Serie von Signal-Stützwerten vorliegen. Mittels einer Analog/Digitalwandlung ergibt sich dann das digitale Signal als zeitliche Folge von Zahlen, die sich durch bestimmte, mehrstellige Spannungs- oder Stromimpulskombinationen (Code) repräsentieren lassen. Das digitale Signal ist also sowohl zeit- als auch amplitudenquantisiert [1], [2].

Im vorliegenden Versuch soll die zeitliche Signalquantisierung, die auch als Abtastung bezeichnet wird, näher betrachtet werden. Die zentrale Frage lautet: welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit aus den Signal-Stützwerten das ursprüngliche analoge Signal möglichst fehlerfrei rekonstruiert werden kann? Diese Problemstellung wird im Folgenden theoretisch untersucht und anhand einiger Experimente veranschaulicht.

# Kapitel 2

## Theorie der Signalabtastung

### 2.1 Ideale Abtastung

Um Stützwerte eines zeit- und amplitudenkontinuierlichen Signals  $s(t), t \in \mathbb{R}$  zu erhalten, wird dieses periodisch abgetastet, woraus äquidistante Abtastwerte

$$s(nT_s), \quad n \in \mathbb{Z} \quad (2.1)$$

resultieren. Dabei stellt  $T_s$  die Abtastperiode dar, aus der sich die Abtastfrequenz zu

$$f_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = \frac{1}{T_s} \quad (2.2)$$

ergibt. Mathematisch erhält man das ideal abgetastete Signal  $x_{\text{id}}(t)$  durch eine Multiplikation des zeitkontinuierlichen Signals  $s(t)$  mit der Diracstoss-Folge

$$p(t) = T_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s). \quad (2.3)$$

Damit ergibt sich  $x_{\text{id}}(t)$  zu

$$x_{\text{id}}(t) = s(t) \cdot T_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = T_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT_s) \delta(t - nT_s). \quad (2.4)$$

Beim idealen Abtastvorgang werden also nur Signalwerte an den Stellen  $t = nT_s$  herausgegriffen. Diese Art der Abtastung kann in der Praxis nicht realisiert werden (siehe Kapitel 2.2). Die Idealvorstellung ist allerdings sehr gut geeignet, einige wesentliche Eigenschaften der Abtastung zeitkontinuierlicher Signale herzuleiten.

Die Abtastwerte  $s(nT_s)$  lassen sich im Allgemeinen verschiedenartigen zeitkontinuierlichen Signalen  $s(t)$  zuordnen. In Abbildung 2.1 sind zwei der unendlich vielen, möglichen Signalverläufe von  $s(t)$  dargestellt, welche dieselbe zeitdiskrete Wertefolge  $s(nT_s)$  ergeben.

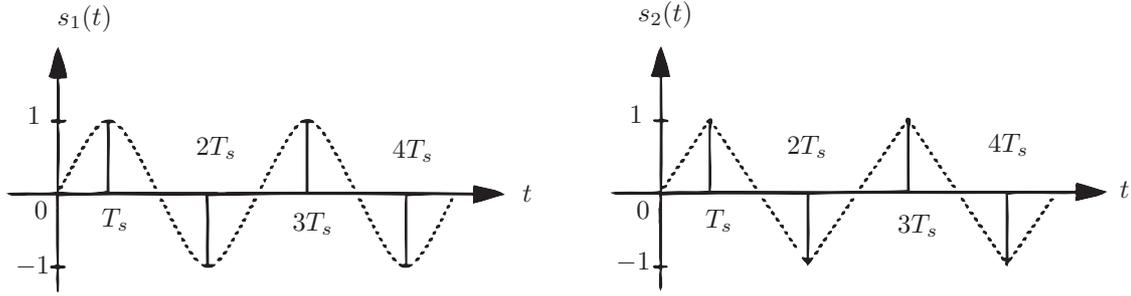
Das Abtasttheorem (Kapitel 2.1.1) wird zeigen, wie die Klasse der zeitkontinuierlichen Signale beschränkt werden muss, um einen eindeutigen Zusammenhang zwischen einem Signal  $s(t)$  und einer Wertefolge  $s(nT_s)$  zu gewährleisten.

#### 2.1.1 Spektrale Eigenschaften bei periodischer idealer Abtastung

Um die Eigenschaften der periodischen Abtastung zu erfassen, ist es hilfreich,  $s(t)$  und  $x_{\text{id}}(t)$  im Frequenzbereich zu untersuchen.

Die Fouriertransformierte der Diracstoss-Folge  $p(t)$  lautet [3]

$$P(\omega) = \mathcal{F}\{p(t)\} = \mathcal{F}\left\{\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_s t}\right\} = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_s). \quad (2.5)$$

Abbildung 2.1: Verschiedenartige Signale  $s_1(t)$  und  $s_2(t)$  mit gleichen Abtastwerten.

Bei Anwendung des Faltungstheorems erhält man aus Gleichung (2.4) die Beziehung:

$$X_{\text{id}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} S(\omega) * P(\omega) = S(\omega) * \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - k\omega_s), \quad (2.6)$$

wobei  $*$  den Faltungsoperator darstellt. Wird die Reihenfolge von Faltung und Summation vertauscht und die Faltung

$$S(\omega) * \delta(\omega - k\omega_s) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\Omega) \delta(\omega - k\omega_s - \Omega) d\Omega = S(\omega - k\omega_s) \quad (2.7)$$

für jeden Summanden einzeln durchgeführt, so ergibt sich  $X_{\text{id}}(\omega)$  zu

$$X_{\text{id}}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(\omega - k\omega_s). \quad (2.8)$$

Die Fouriertransformierte  $X_{\text{id}}(\omega)$  des ideal abgetasteten Signals  $x_{\text{id}}(t)$  besteht demnach aus periodisch fortgesetzten "Kopien" von  $S(\omega)$  im Abstand der Abtastkreisfrequenz  $\omega_s = 2\pi f_s$ . Abbildung 2.2 enthält eine Darstellung der Amplitudengänge  $|S(\omega)|$  und  $|X_{\text{id}}(\omega)|$ .

Aus Abbildung 2.2 b) folgt, dass im Fall  $\omega_s \geq 2\omega_g$  das kontinuierliche Signal aus dem abgetasteten Signal durch ein Tiefpassfilter wiedergewonnen werden kann. Das Filter muss den Frequenzgang

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_g, \\ H_f(\omega), & \omega_g < |\omega| < \omega_s - \omega_g, \\ 0, & |\omega| \geq \omega_s - \omega_g, \end{cases} \quad (2.9)$$

aufweisen, wobei  $H_f(\omega)$  einen beliebigen Verlauf der Filterflanke im angegebenen Frequenzbereich steht. Im Fall  $\omega_s < 2\omega_g$  kommt es zur Überlappung benachbarter spektraler Komponenten ( $S(\omega - k\omega_s)$ ) (siehe Abbildung 2.2 (b)), so dass das Signal  $s(t)$  nicht mehr fehlerfrei aus dem Spektrum  $X_{\text{id}}(\omega)$  wiedergewonnen werden kann. Versucht man dennoch, das ursprüngliche Signal  $s(t)$  mit einem idealen Tiefpassfilter der Grenzkreisfrequenz  $\omega_g$  zu rekonstruieren, treten Verzerrungen auf. Dieser Effekt wird als Aliasing bezeichnet.

Abbildung 2.3 verdeutlicht das Auftreten von Aliasing für den Fall eines harmonischen Eingangssignals

$$s(t) = \cos(\omega_0 t) \quad (2.10)$$

Bei  $\omega_0 < \omega_s/2$  kann das Signal  $s(t)$  durch Tiefpassfilterung des Signals  $x_{\text{id}}(t)$  exakt wiedergewonnen werden. Gilt jedoch  $\omega_0 > \omega_s/2$ , erhält man am Ausgang des Tiefpassfilters

$$r(t) = \cos[(\omega_s - \omega_0)t] \quad (2.11)$$

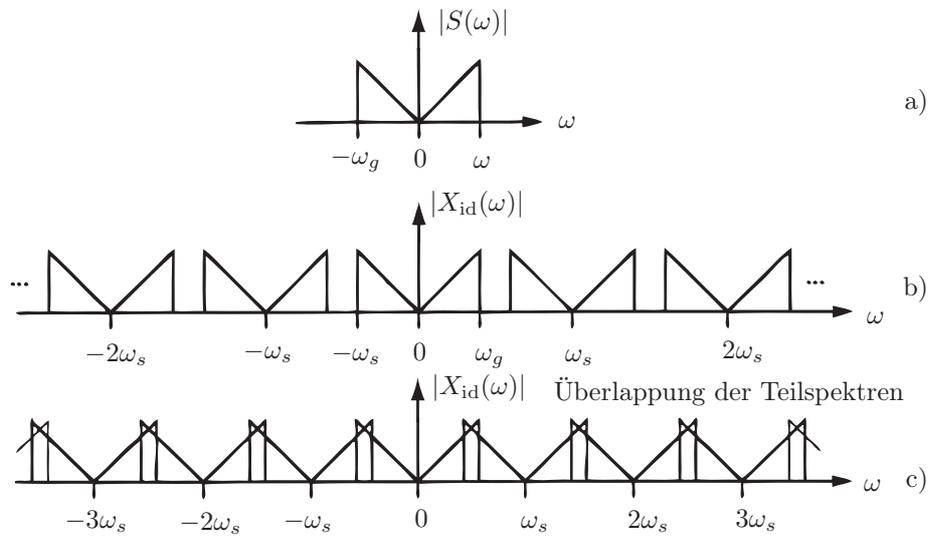


Abbildung 2.2: Betrag des Frequenzganges eines bandbegrenzten abgetasteten Signals  $s(t)$ . (a)  $|S(\omega)|$  mit  $|S(\omega)| = 0, |\omega| > \omega_g$ . (b)  $|X_{id}(\omega)|$  mit  $\omega_s < 2\omega_g$ .

also ein harmonisches Signal mit einer anderen Kreisfrequenz, nämlich  $\omega_s - \omega_0$ . Dieses entspricht nicht mehr dem ursprünglichen Signal  $s(t)$ . Der oben beschriebene Sachverhalt kann nun als Abtasttheorem [1], [2] zusammengefasst werden:

**Abtasttheorem:** Gegeben sei das bandbegrenzte zeitkontinuierliche Signal  $s(t)$  beschränkter Energie mit der Fouriertransformierten  $S(\omega) = \mathcal{F}\{s(t)\}$ , wobei

$$S(\omega) = 0, |\omega| > \omega_g. \quad (2.12)$$

Aus den Abtastwerten  $s(nT_s), n \in \mathbb{Z}$  kann das Originalsignal  $s(t)$  eindeutig zurückgewonnen werden, falls die Abtastkreisfrequenz  $\omega_s$  folgende Bedingung erfüllt:

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} \geq 2\omega_g. \quad (2.13)$$

Eine mathematisch exakte Herleitung dieses Satzes ist auch in [3] und [4] enthalten. Entsprechend lautet das Abtasttheorem für leistungs begrenzte Signale, deren Leistungsdichtespektrum  $\Phi(\omega)$  für  $|\omega| > \omega_g$  verschwindet. Es ist jedoch nicht gültig, falls  $\Phi(\omega)$  an der Grenze  $\omega = \omega_g$  einen Diracstoss besitzt (harmonische Schwingung bei  $\omega = \omega_g$ ).

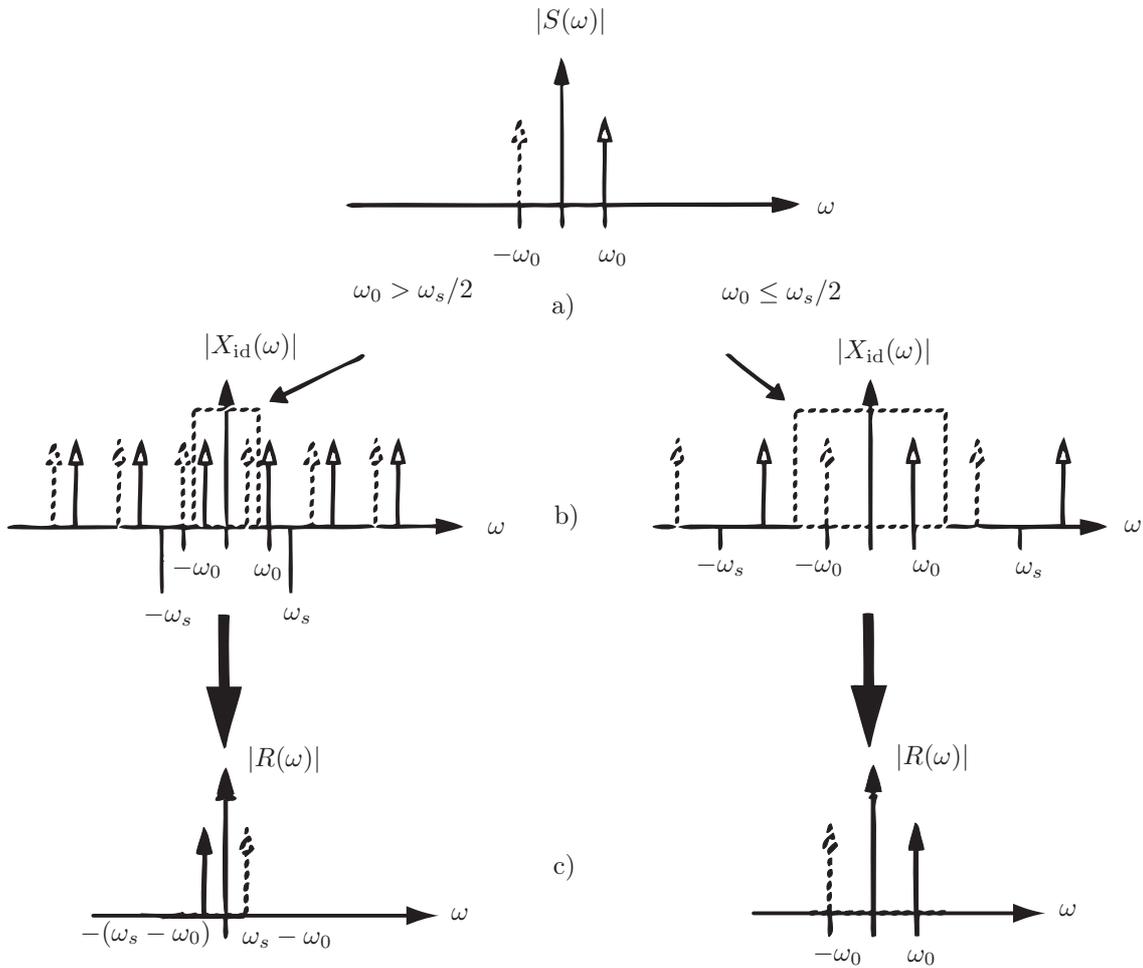


Abbildung 2.3: Aliasing bei einem sinusförmigen Signal. (a) Amplitudengang  $|S(\omega)|$  eines sinusförmigen Signals. (b) Amplitudengang  $|X_{id}(\omega)|$  des abgetasteten Signals. (c) Amplitudengang  $|R(\omega)|$  des nach einem Tiefpass zurückgewonnenen Signals.

### 2.1.2 Praktische Rekonstruktion eines bandbegrenzten Signals aus seinen Abtastwerten

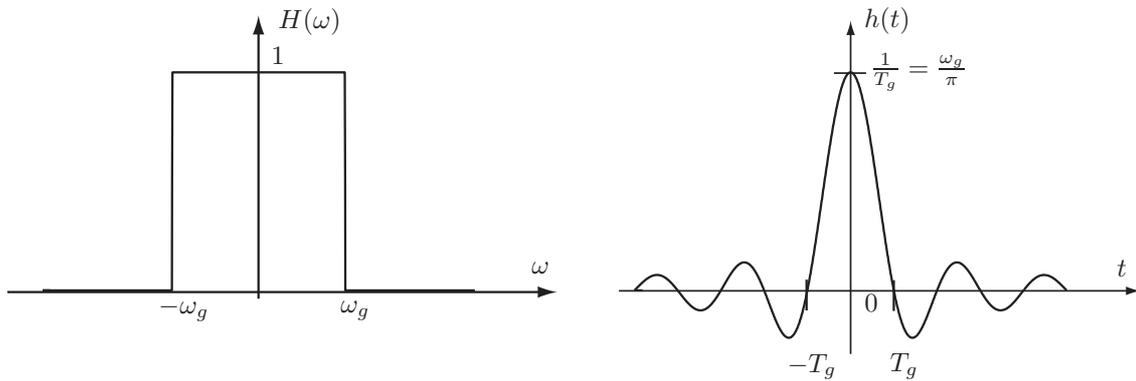
Bei Erfüllung des Abtasttheorems beinhalten die Abtastwerte eines zeitkontinuierlichen bandbegrenzten Signals die gesamte Signalinformation. In Kapitel 2.1.1 wurde gezeigt, dass das Originalsignal  $s(t)$  in diesem Fall mit Hilfe eines Tiefpasses aus dem ideal abgetasteten Signal  $x_{id}(t)$  wiedergewonnen werden kann. Im folgenden wird ein idealer Tiefpass mit der Grenzkreisfrequenz  $\omega_g$  zur Signalrekonstruktion verwendet.

Das ideal abgetastete Signal

$$x_{id}(t) = T_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT_s) \delta(t - nT_s) \quad (2.14)$$

liegt nun am Eingang des Tiefpassfilters mit der Stossantwort  $h(t)$ ; an dessen Ausgang ergibt sich demzufolge das Signal

$$r(t) = s(t) * h(t) = T_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT_s) h(t - nT_s). \quad (2.15)$$

Abbildung 2.4: Ideales Tiefpassfilter mit Grenzfrequenz  $\omega_g$ .

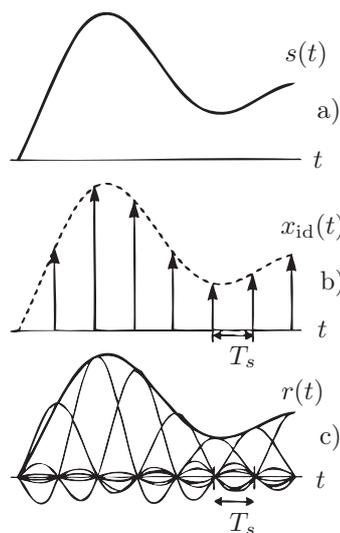
Im Besonderen gilt für das ideale Tiefpassfilter (siehe auch Abbildung 2.4)

$$h(t) = \frac{\sin\left(\frac{\pi t}{T_g}\right)}{\pi t}, \quad (2.16)$$

so dass man das Ausgangssignal

$$r(t) = \frac{T_s}{T_g} \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT_s) \frac{\sin\left[\frac{\pi(t-nT_s)}{T_g}\right]}{\frac{\pi(t-nT_s)}{T_g}} \quad (2.17)$$

erhält. In Kapitel 2.1.1 wurde anschaulich gezeigt, dass aus  $r(t)$  bei Erfüllung des Abtasttheorems das ursprüngliche Signal  $s(t)$  wiedergewonnen werden kann. Die Funktion  $s(t)$  kann hiernach für  $T_s \leq T_g$  durch ihre Abtastwerte, multipliziert mit entsprechend zeitlich verschobenen Interpolationsfunktionen der Form  $\sin(x)/x$ , dargestellt werden. Für den Spezialfall  $T_s = T_g$ , kann man dies für die Funktionswerte an den Stellen  $t = mT_s = mT_g, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , leicht überprüfen. Aus

Abbildung 2.5: Interpolation für den Fall  $T_s = T_g$

Gleichung (2.17) ergibt sich dafür

$$r(mT_g) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT_g) \frac{\sin[\pi(m-n)]}{\pi(m-n)} = T_g \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT_g) h[(m-n)T_g]. \quad (2.18)$$

Mit der Regel von de l'Hôpital folgt aus Gleichung (2.16)

$$\lim_{t \rightarrow 0} h(t) = \frac{1}{T_g}. \quad (2.19)$$

Ausserdem gilt

$$h(kT_g) = 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.20)$$

Aus den Gleichungen (2.18), (2.19) und (2.20) ist leicht ersichtlich, dass zum Zeitpunkt  $t = mT_g$  alle Summanden  $T_g s(nT_g) h[(m-n)T_g]$  mit  $n \neq m$  zu null werden. In der Tat gilt also

$$r(mT_g) = s(mT_g), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.21)$$

Abbildung 2.5 verdeutlicht die allgemeine Interpolationsformel (2.17) für den Spezialfall  $T_s = T_g$ .

## 2.2 Der Abtastvorgang in einem realen System

Eine praktische Abtastschaltung arbeitet mit Abtastimpulsen der Dauer  $T$  und endlich hoher Amplitude.

Sei

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_0(t - nT_s) \quad (2.22)$$

eine periodische Impulsfolge mit der Periode  $T_s$ , wobei  $f_0(t)$  den folgenden Rechteckimpuls der Dauer  $T$  darstellt:

$$f_0(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{T}{2} \\ 0, & |t| > \frac{T}{2}. \end{cases} \quad (2.23)$$

Die Rechteckimpulsdauer  $T$  ist normalerweise viel kleiner als die Periodendauer  $T_s$ . Wegen seiner Periodizität lässt sich  $f(t)$  in eine Fourierreihe entwickeln:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp\left(\frac{j2\pi kt}{T_s}\right) = \frac{T}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left(k\pi \frac{T}{T_s}\right)}{k\pi \frac{T}{T_s}} \exp\left(j \frac{2\pi kt}{T_s}\right). \quad (2.24)$$

Dabei sind  $c_k$  die komplexen Fourierkoeffizienten.

Bei der sogenannten "natürlichen" Abtastung entsteht das Signal  $x_{nat}(t)$  durch Multiplikation von  $s(t)$  mit der Impulsfolge  $f(t)$ , d.h. es werden keine Stützwerte, sondern ganze Signalabschnitte der Dauer  $T$  in zeitlich äquidistanten Zeitintervallen  $T_s$  herausgeschnitten (Abbildung 2.6):

$$x_{nat}(t) = \frac{T}{T_s} \left[ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left(k\pi \frac{T}{T_s}\right)}{k\pi \frac{T}{T_s}} \exp\left(\frac{j2\pi kt}{T_s}\right) \right] \cdot s(t). \quad (2.25)$$

Im Frequenzbereich bedeutet dies eine Faltung des Spektrums  $S(\omega)$  mit dem Spektrum  $F(\omega)$ :

$$X_{nat}(\omega) = \frac{1}{2\pi} S(\omega) * F(\omega). \quad (2.26)$$

Mit

$$F(\omega) = 2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \delta(\omega - k\omega_s) \quad (2.27)$$

und den Fourierkoeffizienten

$$c_k = \frac{T}{T_s} \frac{\sin(k\pi \frac{T}{T_s})}{k\pi \frac{T}{T_s}} \quad (2.28)$$

resultiert die Beziehung:

$$X_{nat}(\omega) = \frac{T}{T_s} \left[ \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(k\pi \frac{T}{T_s})}{k\pi \frac{T}{T_s}} S(\omega - k\omega_s) \right]. \quad (2.29)$$

Die Teilspektren von  $X_{nat}(\omega)$  erfahren ausserhalb des Basisbandes eine Gewichtung mit Faktoren kleiner als  $T/T_s$ . Die Frequenzkomponenten von  $X_{nat}(\omega)$  im Kreisfrequenzbereich von  $\omega_s - \omega_g$  bis  $\omega_s + \omega_g$  entstehen beispielsweise durch die Gewichtung von  $S(\omega)$  mit dem Wert  $c_1$  (siehe Abbildung 2.6).

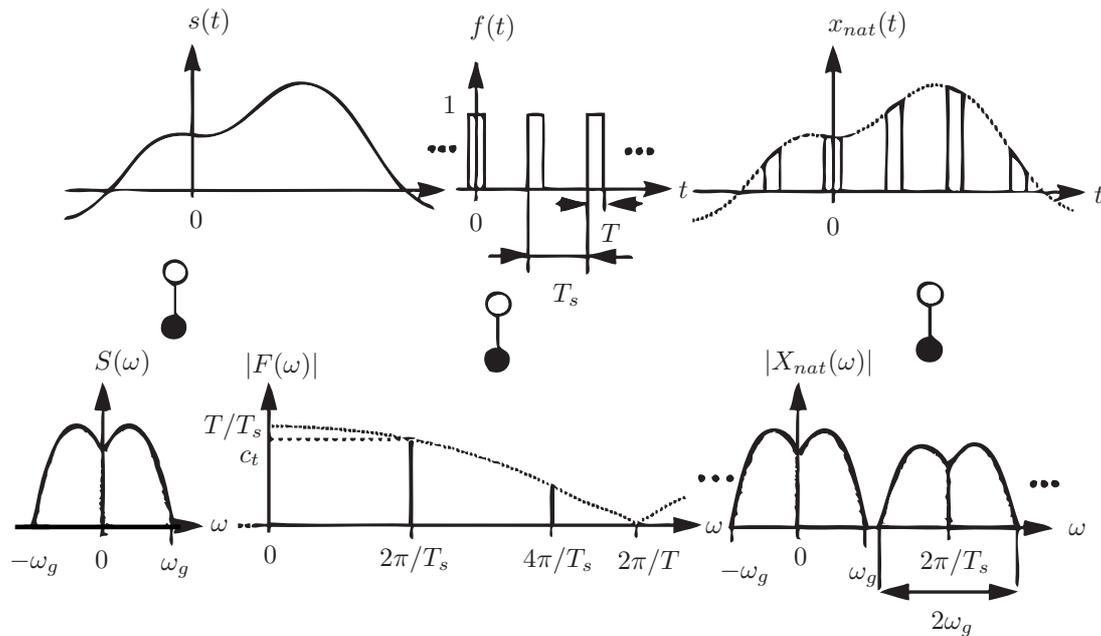


Abbildung 2.6: Aufbau des Signal  $x_{nat}(t)$  im Zeit- und Frequenzbereich.

### 2.2.1 Das “uniform sampling”

Das Signal  $s(t)$  wird mit der Periode  $T_s$  abgetastet, wobei der so erhaltene Abtastwert während einer Zeitdauer  $T_H \leq T_s$  mittels eines Halteglieds gespeichert wird (sample and hold). Diesen Vorgang bezeichnet man als “uniform sampling” beziehungsweise als “flat top sampling”. Mit der Definition

$$q(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < T_H \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.30)$$

erhält man

$$\begin{aligned}
 x_{hold}(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT_s) q(t - nT_s) \\
 &= q(t) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(nT_s) \delta(t - nT_s).
 \end{aligned}
 \tag{2.31}$$

Durch direkte Fouriertransformation von (2.31) ergibt sich unter Berücksichtigung der Gleichungen (2.4), (2.5) und (2.8)

$$X_{hold}(\omega) = \frac{Q(\omega)}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} S(\omega - k\omega_s).
 \tag{2.32}$$

Wie das Signal  $x_{hold}(\omega)$  im Zeit- und im Frequenzbereich aussieht, ist aus Abbildung 2.7 ersichtlich.

Man erkennt, dass im Basisband für höhere Signalfrequenzen eine Dämpfung erfolgt, die gegeben

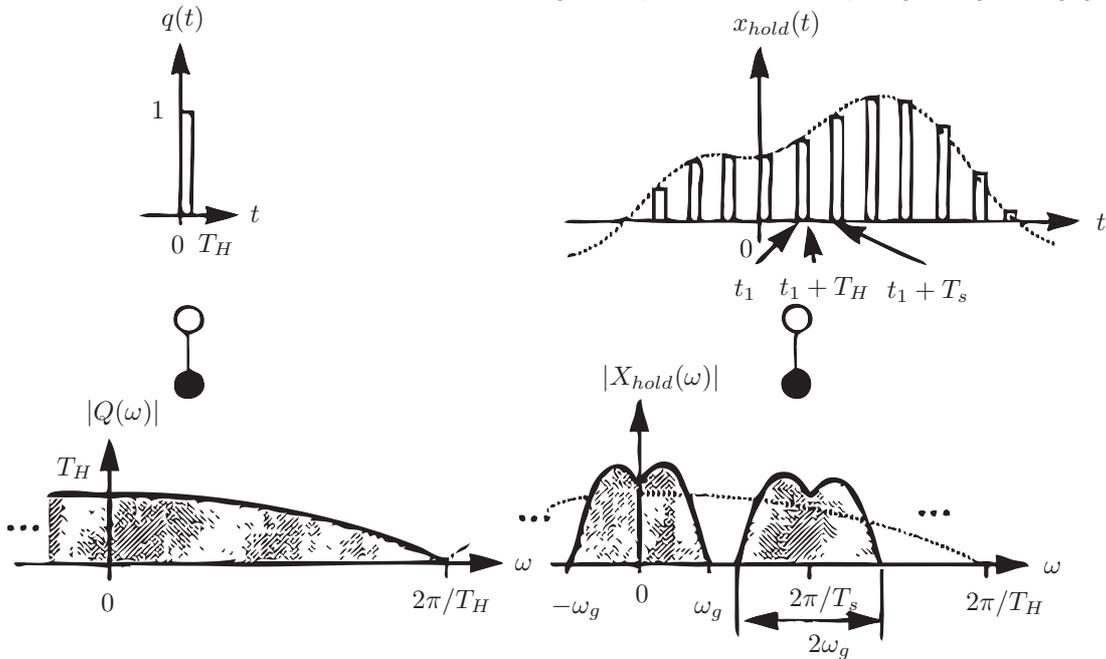


Abbildung 2.7: Signalverläufe im Zeit- und Frequenzbereich.

nenfalls kompensiert werden muss (Entzerrung).

### 2.2.2 Ausgangssignale der Abtastschaltung im Versuchsaufbau

Welcher Art sind nun die abgetasteten Signale im vorliegenden Versuchsaufbau? Wie in der Einleitung des Kapitels 2.2 erläutert, wird in realen Systemen mit Abtastimpulsen der Dauer  $T$  gearbeitet. Am Ausgang der Abtastschaltung können zwei Signale abgegriffen werden: Ein Signal  $x_{nat}(t)$ , dessen Eigenschaften im vorherigen Kapitel (2.2.1) besprochen wurden, und ein weiteres Signal  $x_{sys}(t)$ , das in den Zeitintervallen  $[nT_s, nT_s + T]$  identisch ist mit  $x_{nat}(t)$ , in den Intervallen  $[nT_s + T, (n + 1)T_s]$  der Dauer  $T_H$  jedoch den Signalwert  $x_{nat}(nT_s + T)$  beibehält. Man kann sich  $x_{sys}(t)$  demzufolge als Summe des natürlich abgetasteten Signals  $x_{nat}(t)$  mit der Pulsdauer  $T$  sowie des um  $T$  zeitverschobenen “flat top” Abtastsignals  $x_{hold}(t)$  mit der Haltezeit  $T_H$  vorstellen,

wobei das Abtastintervall  $T_s = T + T_H$  beträgt.

Der zeitliche Verlauf des Signals  $x_{sys}(t)$  ist in Abbildung 2.8 abgebildet.

Die Funktionsweise der Abtastschaltung, die das Ausgangssignal  $x_{sys}(t)$  erzeugt, wird später im Kapitel über den Versuchsaufbau erklärt.

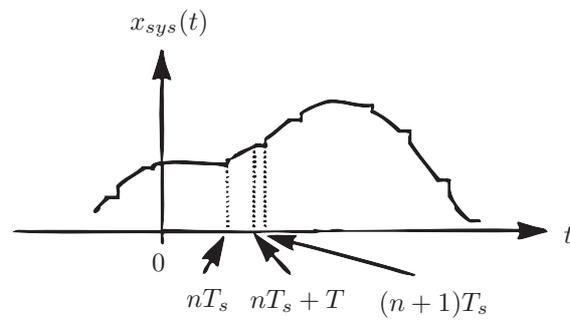


Abbildung 2.8: Das Signal  $x_{sys}(t)$ .

# Kapitel 3

## Versuchsaufbau

### 3.1 Erzeugung der Abtastimpulse

Zur Erzeugung der Abtastimpulse wird ein 6.4-MHz-Taktsignal eines Oszillators als Taktreferenz verwendet (siehe Abbildung 3.1). Nach einer ersten Frequenzteilung um den Faktor 10 teilt ein Binärzähler die Taktfrequenz weiter um die Faktoren 2, 4, 8, 16 und 32. So werden fünf Taktsignale mit den Frequenzen 320 kHz, 160 kHz, 80 kHz, 40 kHz und 20 kHz erzeugt. Ein Multiplexer wählt eines dieser Signale aus und leitet es auf einen BCD-Zähler (BCD: binary- coded decimal). Am Ausgang des Zählers liegt eine 4-Bit-Zahl zwischen 0000 bis 1001 an. Bei jedem Taktimpuls wird die Zahl um eins erhöht, bis 1001 erreicht ist. Beim nächsten Taktimpuls beginnt der Zähler wieder bei 0000. Nach jeweils zehn Taktimpulsen wiederholt sich dieser Zifferncode und wird mit einem anderen, einstellbaren Code mittels eines 4-Bit- Komparators verglichen. Falls die Zahl im BCD-Zähler kleiner ist als jene am Einstellschalter, erscheint am Ausgang eine logische Eins, sonst eine logische Null. So kann das Verhältnis von Pulsdauer zu Periodendauer, auch "Duty-Cycle" genannt, eingestellt werden.

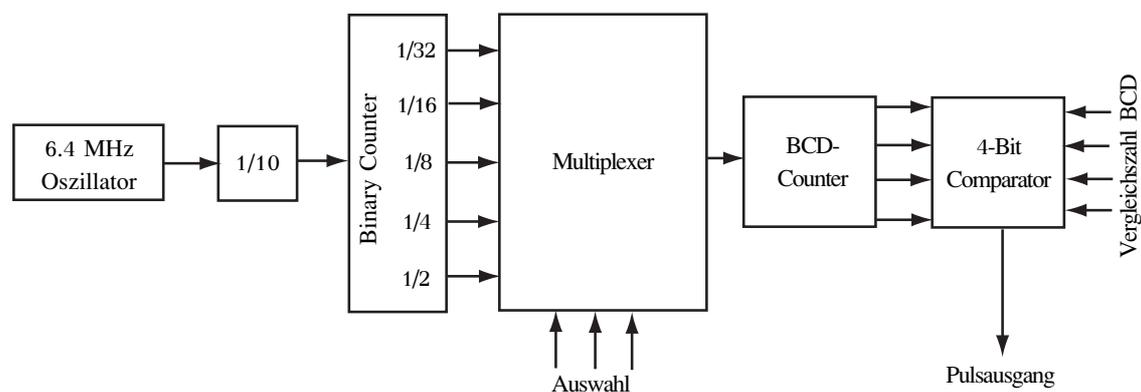


Abbildung 3.1: Erzeugung der Abtastimpulse.

### 3.2 Die Abtastschaltung im Versuchsaufbau

Im Versuchsaufbau können am Ausgang des Abtastschaltungsblocks die zwei Signale  $x_{nat}(t)$  und  $x_{sys}(t)$  abgegriffen werden (siehe Abbildung 3.2). In Abtastintervallen der Dauer  $T_s$  wird der digitale Schalter jeweils während der Zeitdauer  $T$  geschlossen.

Der Kondensator bewirkt nun, dass der Signalwert während einer Zeitdauer  $T_H$  (Haltezeit) gehalten wird, bis der nächste Abtastimpuls erscheint (siehe Abbildung 2.8). So entsteht das in Kapitel 2.2.2 beschriebene Signal  $x_{sys}(t)$ , wobei die obenerwähnte Beziehung  $T_s = T + T_H$  gilt.

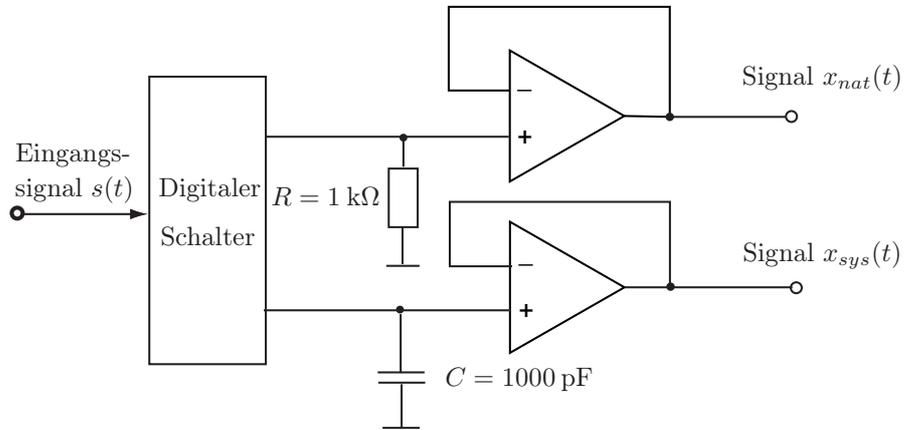


Abbildung 3.2: Die Abtastschaltung im Versuchsaufbau.

### 3.3 Filter im Versuchsaufbau

Auf der Steckplatine Modicom 1 sind zwei Tiefpassfilter implementiert. Es handelt sich um je ein Butterworth-Filter zweiter bzw. vierter Ordnung mit einer festen Grenzfrequenz von 3.4 kHz. Damit auch Tiefpassfilter mit variabler Grenzfrequenz eingesetzt werden können, steht ein einstellbares Filter von Rockland zur Verfügung. Die Filter gelangen bei der Signalrekonstruktion (siehe Kapitel 2.2.1) zum Einsatz.

# Kapitel 4

## Aufgaben

### 4.1 Theoretische Aufgaben

1. Ein Sprachsignal der Bandbreite  $B=3400$  Hz soll mittels Pulsamplitudenmodulation übertragen werden. Dabei werden nur Abtastwerte des Sprachsignals verwendet. Wie muss die Abtastfrequenz gewählt werden, damit keine Information verloren geht? Wie kann man das Signal aus den Abtastwerten rekonstruieren? Zeichnen Sie ein Blockschaltbild.
2. Das Signal  $s(t) = 3 \cdot \sin(2\pi f_0 t) + 2 \cdot \sin(4\pi f_0 t) + 0.5 \cdot \sin(6\pi f_0 t)$  werde abgetastet, wobei  $f_0 = 1$  kHz betrage. Die Abtastimpulse  $f(t)$  sollen eine auf 1 normierte Amplitude haben, die Pulsdauer betrage  $T = 0.025$  ms und die Periodendauer  $T_s = 0.125$  ms. Man berechne das Spektrum  $X_{nat}(\omega)$  des abgetasteten Signals  $x_{nat}(t) = s(t) \cdot f(t)$  und skizziere  $|X_{nat}(\omega)|$ .

### 4.2 Praktische Aufgaben

1. Die Abtastimpulse im Versuchsaufbau sollen genauer untersucht werden.
  - (a) Bestimmen Sie die Abtastfrequenzen bei verschiedenen “frequency selector”-Einstellungen am Ausgang der Pulserzeugungsschaltung (Pin 26).
  - (b) Verändern Sie die Einstellung des Drehschalters “duty cycle”. Wie verändert sich das Aussehen der Pulse (Beobachtung mittels Oszilloskop “Sample Output”)?
2. Jetzt soll das abgetastete Signal untersucht werden. In diesem Aufgabenteil wird ein externer Signalgenerator zur Erzeugung des zeitkontinuierlichen periodischen Originalsignals mit der Amplitude  $U_{pp} = 2$  V verwendet.
  - (a) Variieren Sie die Signalfrequenz bei konstanter Abtastfrequenz. Stellen Sie das Originalsignal und das abgetastete Signal auf dem Oszilloskop dar. Verwenden Sie für das Originalsignal verschiedene Signalformen?
  - (b) Zur Wiedergewinnung des Signals wird nun das Filter (von Rockland) verwendet. Wie gross kann die Filtergrenzfrequenz bei einer Abtastfrequenz von 8 kHz maximal gewählt werden? Beobachten Sie das Signal am Ausgang des Tiefpassfilters im Zeitbereich. Als Eingangssignal verwende man ein sinusförmiges Signal der Frequenz  $f = 3$  kHz.
  - (c) Variieren Sie den “duty cycle”. Was kann am rekonstruierten Signal beobachtet werden? Weshalb tritt dieser Effekt auf?
  - (d) Das abgetastete Signal soll nun im Frequenzbereich untersucht werden. Am Eingang liege ein sinusförmiges Signal an; der “duty cycle”-Schalter stehe auf Position 9). Bestimmen Sie aus dem beobachteten Spektrum die Abtastfrequenz und vergleichen Sie diese mit der Lösung von Aufgabe 1.

- (e) Variieren Sie bei konstanter Abtastrate  $f = 8$  kHz die Frequenz des sinusförmigen Eingangssignals ( $U_{pp} = 2$  V). Was kann im Spektrum des abgetasteten Signals beobachtet werden, wenn man die Signalfrequenz bis zum Auftreten des Aliasing steigert? Wie wirkt sich dies auf das wiedergewonnene Signal im Zeitbereich aus?
3. Nun soll das Signal  $x_{sys}(t)$  (“sample/hold output”) genauer untersucht werden. Als analoges Eingangssignal wird das sinusförmige 1-kHz-Signal der Modicom-Steckplatine verwendet, das somit synchron zur Abtastfrequenz ist. Zunächst werde eine Abtastfrequenz von 8 kHz gewählt. Der “duty cycle“-Schalter steht dabei auf Position 3.

Betrachten Sie das Ausgangssignal  $x_{sys}(t)$  der Abtastschaltung auf dem Oszilloskop. Wie verändert sich das Signal, wenn der “duty cycle” variiert wird? Was geschieht, wenn nun zusätzlich die Abtastfrequenz erhöht wird? Vergleichen sie die Beobachtungen mit den Aussagen im theoretischen Teil der Versuchsanleitung.

4. Im folgenden wird die Abtastung eines Sprachsignals (CD-Player) durchgeführt. Zur Begrenzung der Bandbreite des analogen Sprachsignals wird das Signal vor der Abtastung durch einen Tiefpass der Grenzfrequenz  $f_g = 2$  kHz gefiltert.
- (a) Zunächst betrage die Abtastfrequenz 8 kHz. Betrachten Sie das abgetastete Signal (“sample output”) im Zeit- und Frequenzbereich. Das ursprüngliche Sprachsignal wird nun zurückgewonnen, indem man das abgetastete Signal mit einem Tiefpass filtert. Dazu verwende man das auf der Steckplatine befindliche Tiefpassfilter zweiter Ordnung. Erklären Sie, warum das Sprachsignal verzerrt ist, obwohl eine genügend hohe Abtastfrequenz gewählt wurde.
- (b) Was ändert sich bei Verwendung des Tiefpassfilters vierter Ordnung?
- (c) Verwenden Sie nun das Filter von Rockland und stellen Sie eine Grenzfrequenz von 3 kHz ein. Ueberprüfen Sie nun die Tonqualität. Warum ist der Pfeifton verschwunden?
- (d) Ueberprüfen Sie die Veränderung der Tonqualität bei unterschiedlichen Abtastfrequenzen im Bereich zwischen 2 und 32 kHz.

# Literaturverzeichnis

- [1] H. Nyquist, "Certain topics in telegraph transmission theory," *Trans. AIEE*, vol. 47, pp. 617–644, Feb. 1928.
- [2] C. Shannon, "Communication in the presence of noise," *Proc. IRE*, vol. 37, Jan. 1949.
- [3] H. Bölcskei, "Signale und Systeme I," *Vorlesung an der ETH Zürich, D-ITET*.
- [4] M. Schwarz, *Information, Transmission, Modulation, and Noise*, 4th ed. McGrawHill, 1990.
- [5] A. Wittneben, "Communication systems," *Vorlesung an der ETH Zürich, D-ITET*.